

REVISTA DE ENGENHARIA CIVIL IMED



Vigas dimensionadas ao cisalhamento pelos modelos de cálculo I e II da NBR 6118:2014

Beams designed to shear by calculation models I and II of NBR 6118:2014

*Daniele Dordenoni**(1); *Taís Zago Mariani**(2); *Bruno Ceotto Sobrinho**(3); *Priscila do Nascimento**(4)

* Universidade Vila Velha - UVV, Espírito Santo, Brasil.

1 E-mail: dani_dordenoni@hotmail.com

2 E-mail: ta_zago@hotmail.com

3 E-mail: bruno.ceotto@univasf.edu.br

4 E-mail: priscila.npr@gmail.com

Revista de Engenharia Civil IMED, Passo Fundo, vol. 5, n. 2, p. 3-19, Jul.-Dez. 2018 - ISSN 2358-6508

[Recebido: Outubro 04, 2017; Aceito: Agosto 03, 2018]

DOI: <https://doi.org/10.18256/2358-6508.2018.v5i2.2175>

Endereço correspondente / Correspondence address

Daniele Dordenoni

Rua Orminda Machado Duarte, Praia das Gaivotas, Ed.

Areia Preta, Apto. 406, Vila Velha – ES, CEP: 29102-568

Sistema de Avaliação: *Double Blind Review*

Editora-chefe: Luciana Oliveira Fernandes

Como citar este artigo / How to cite item: [clique aqui! / click here!](#)

Resumo

No presente artigo foi desenvolvido um estudo relativo ao dimensionamento das armaduras de combate aos esforços cortantes em vigas de concreto armado. Na revisão bibliográfica, foram abordados os principais tópicos relacionados ao dimensionamento de estribos, de acordo com os modelos de cálculo I e II da NBR 6118:2014. A partir da revisão bibliográfica, e utilizando-se o software Microsoft Excel, foi desenvolvida uma planilha eletrônica para cálculo automático da área de estribos em vigas de concreto armado de seção retangular. Em seguida, foi realizado um estudo de caso no qual foram dimensionadas as armaduras transversais de 15 vigas, pelos modelos de cálculo I e II. As vigas foram organizadas em três conjuntos, abrangendo as larguras mais recorrentes de projeto (15, 20 e 25 cm), e em cada conjunto, as alturas também foram escolhidas entre as cinco medidas mais recorrentes de projeto (20, 30, 40, 50 e 60 cm). No estudo de caso obteve-se para cada viga, as respectivas áreas de aço de estribo máxima e mínima, de acordo com os modelos de cálculo I e II, e demais prescrições da NBR 6118:2014. Nesta pesquisa pôde-se contatar que, para o conjunto de vigas analisadas, o modelo de cálculo II, para bielas com ângulo de 30°, apresenta uma maior economia de área de aço em relação ao modelo I, porém, com porcentagens variando de acordo com cada caso estudado.

Palavras-chave: Concreto Armado. Cisalhamento. Esforço cortante. Estribos em vigas.

Abstract

In the present paper, a study on the design of reinforcements to resist shear efforts in reinforced concrete beams was developed. In the literature review, the main topics related to stirrups dimensioning were addressed according to calculation models I and II of NBR 6118:2014. From the bibliographic review, and using Microsoft Excel, an electronic spreadsheet was developed to calculate shear reinforcement areas for rectangular section concrete beams. Then, a case study was conducted in which were designed transversal reinforcements for 15 beams, according to calculation models I and II. The beams were organized in three sets, covering the most recurrent design widths (15, 20 and 25 cm), and in each set, the heights were chosen among the five most recurring design measures (20, 30, 40, 50 and 60 cm). In the case study, it was obtained for each beam the maximum and minimum shear reinforcement area according to the calculation models I and II, and other NBR 6118: 2014 requirements. In this research it was concluded that, for the set of beams analyzed, the calculation model II, for concrete strut with a 30°, has a greater saving area in relation to model I, however, with percentages varying according to each studied case.

Keywords: Reinforced concrete. Shearing. Shearing efforts. Stirrups.

1 Introdução

Ritter, em 1899, idealizou um modelo de cálculo segundo o qual uma viga de concreto armado, após fissurada, trabalharia como uma treliça formada por barras comprimidas de concreto e barras tracionadas de aço. Já Morsch, em 1909, confirmou experimentalmente que uma viga de concreto armado submetida à flexão simples e em adiantado estado de fissuração, apresenta comportamento estrutural equivalente ao de um modelo resistente representado por uma treliça plana de banzos paralelos (PANTOJA, 2012).

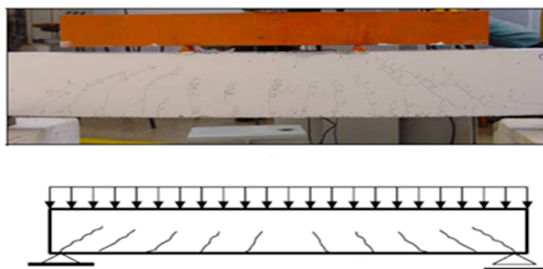
Existem inúmeros modelos e teorias desenvolvidos para a análise de vigas sob esforços transversais, sendo o modelo da Treliça Clássica de Morsch ou da Analogia Clássica de Treliça, o mais usado no Brasil e nas principais normas internacionais. Este modelo é utilizado para o dimensionamento das armaduras transversais das vigas de concreto armado.

A norma brasileira NBR 6118:2014 admite dois modelos para cálculo das armaduras transversais, denominados modelo de Cálculo I e modelo de Cálculo II. O modelo de cálculo I admite-se que a viga funcione como uma treliça isostática em seu interior, constituída por bielas de concreto comprimido inclinadas a 45° , banzos paralelos e nós rotulados. Entretanto, por meio de diversas pesquisas e experimentos, constatou-se que a treliça clássica de Morsch conduzia a armaduras transversais exageradas. Devido a isto, surge a variação de 30° a 45° para a inclinação das bielas comprimidas, a fim de aproximar o modelo de treliça aos resultados obtidos nos ensaios, o que proporcionou o surgimento do modelo da treliça generalizada de Morsch, adotado no modelo de Cálculo II. Neste trabalho realizou-se uma comparação entre as armaduras de cisalhamento obtidas para uma mesma viga de acordo com os dois modelos mencionados.

2 Analogia da Treliça

Baseado na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça, supõe que uma carga aplicada em um ponto qualquer da viga chega até os apoios percorrendo as barras de uma treliça isostática, como apresenta a Figura 1.

Figura 1. Aspecto de fissuras na viga



Fonte: Camacho, 2004. (Adaptado)

A treliça é composta de diagonais comprimidas de concreto (bielas), diagonais tracionadas (representada pela armadura de cisalhamento), banzo superior de concreto comprimido e banzo inferior tracionado (representado pela armadura longitudinal de tração) como mostra a figura 2. (NUNES, 2012).

Figura 2. Analogia da treliça



Fonte: Camacho, 2004. (Adaptado)

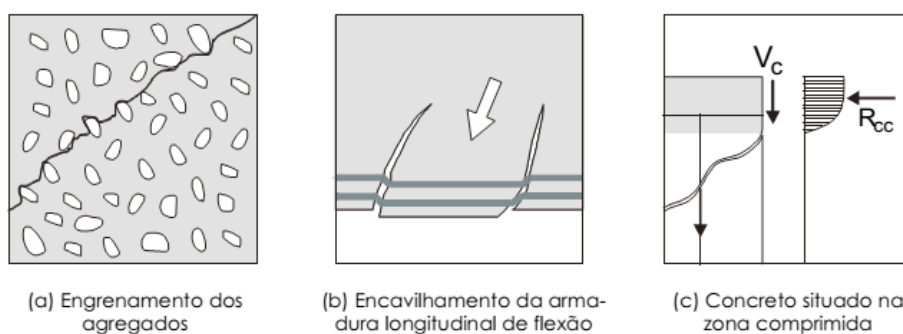
2.1 Modelo da Treliça com contribuição do concreto (V_c)

Talbot (1909) afirma que os modelos de treliça assumem que a biela de compressão do concreto é paralela à direção das fissuras e não transferem esforços ao longo das fissuras, o que resulta em aproximações quando comparadas com resultados de ensaios obtidos em laboratório.

Na prática, os modelos de treliça podem apresentar a influência de dois mecanismos resistentes complementares. Um ocorre devido à contribuição da resistência à tração do concreto (V_c), e o outro, devido à tensão cisalhante que é transmitida através das fissuras inclinadas, por meio do engrenamento entre agregados, apresentado na Figura 3.

Ressalta-se que as teorias utilizadas na formulação destes novos modelos consideram a parcela resistente V_c de maneiras distintas.

Figura 3. Mecanismos internos complementares ao modelo de treliça



Fonte: Junior, 2006.

2.2 Verificação dos Estados Limites Últimos

Segundo a NBR 6118:2014 a resistência de um elemento estrutural submetido a esforço cortante fica satisfatória quando $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ e $V_{Sd} \leq V_{Rd3}$

$$\text{Sendo: } V_{Rd3} = V_C + V_{Sw} \quad \text{Eq. 1}$$

Onde:

V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde

V_C é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{Sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

2.3 Modelos de Cálculo Segundo a NBR 6118:2014

2.3.1 Modelo de Cálculo I ($\theta = 45^\circ$)

O modelo de cálculo I adota a treliça clássica de Ritter-Morsch ao admitir que as diagonais comprimidas de concreto estejam inclinadas com um ângulo $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento. Admite também que a parcela complementar de V_C tem valor constante independente da força cortante solicitante V_{sd} .

Camacho (2004) considera na verificação da compressão diagonal do concreto, que não haverá esmagamento da biela comprimida de concreto se $V_{sd} \leq V_{Rd2}$

$$\text{Sendo: } V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \text{ e } \alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ em MPa.} \quad \text{Eq. 2}$$

A armadura transversal deverá ser dimensionada para resistir à aplicação de um esforço cortante igual a V_{Sw} , portanto:

$$V_{Rd3} = V_C + V_{Sw} \quad \text{Eq. 3}$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3}$$

$$V_{Sw} \geq V_{sd} - V_C \quad \text{Eq. 4}$$

Onde:

$$V_{Sw} = \left(\frac{A_{Sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad \text{Eq. 5}$$

α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;

$V_C = 0$ nos elementos tracionados quando a linha neutra situa-se fora da seção;

$V_C = V_{C0}$ na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra cortando a seção;

$$V_C = V_{C0} \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd, \max}} \right) \text{ na flexo-compressão;}$$

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$f_{ctk,inf}$ = segundo a NBR 6118:2014, pode ser considerado como $0,21 f_{ck}^{2/3}$ em MPa;

s = é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} , medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

M_0 = é o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{d,max}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{sd} ;

$M_{sd,max}$ = é o momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise;

Camacho (2004) demonstra que através do equilíbrio estático de forças verticais de uma treliça clássica, é possível terminar a armadura transversal (A_{sw}) através da seguinte fórmula:

$$A_{sw} = \frac{s (V_{sd} - V_c)}{0,9 d f_{ywd} (\sen \alpha + \cos \alpha)} \quad \text{Eq. 6}$$

2.3.2 Modelo de Cálculo II ($30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)

No Modelo de Cálculo II a NBR 6118:2014 admite que o ângulo de inclinação das diagonais de compressão (θ) varie livremente entre 30° e 45° e que a parcela complementar V_c sofre redução com o aumento de V_{sd} .

Considera-se que não haverá esmagamento da biela comprimida de concreto se $V_{sd} \leq V_{Rd2}$.

$$\text{Sendo: } V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \sen^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad \text{Eq. 7}$$

A armadura transversal pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Eq. 8}$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} \quad \text{Eq. 9}$$

Onde:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} \sen \alpha (\cotg \alpha + \cotg \theta)$$

$$A_{sw} = \frac{s (V_{sd} - V_c)}{0,9 d f_{ywd} \sen \alpha (\cotg \alpha + \cotg \theta)}$$

$V_c = 0$, em elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{ci}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_C = V_{cl} \left(1 + \frac{M_0}{MSd, máx} \right) < 2V_{Cl}$ na flexo-compressão, com:

$V_{Cl} = V_{c0}$ quando $V_{sd} = V_{c0}$

$V_{Cl} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

3 Armadura Mínima

GARCIA (2002) afirma que a armadura transversal mínima deve ser colocada na viga para que caso sejam aplicados carregamentos não previstos no cálculo, as vigas não apresentem ruptura brusca, contribuindo também para limitar a inclinação das bielas e a abertura das fissuras, além de evitar a flambagem da armadura longitudinal comprimida.

A NBR 6118:2014 requer a adoção de taxa geométrica de armadura mínima calculada pela seguinte expressão:

$$\rho_{sw,min} = \frac{A_{sw}}{b_w s \sin \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad \text{Eq. 12}$$

Onde:

f_{ywk} = é a resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;

$$f_{ctm} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (f_{ck} \text{ em Mpa}).$$

4 Metodologia

4.1 Descrição do modelo

Para a execução do presente estudo de caso, foi elaborada uma planilha de cálculo conforme os modelos de cálculo I e II e demais recomendações de projeto contidas na NBR 6118:2014. O objetivo deste estudo foi verificar qual dos dois modelos estudados apresenta maior economia de aço para armaduras de combate ao cisalhamento.

4.2 Planilha eletrônica para cálculo automático de estribos

Esta planilha teve por objetivo a automatização das rotinas de cálculo envolvidas no processo de dimensionamento da armadura de combate ao cisalhamento em vigas retangulares de concreto armado (Figura 4).

Figura 4. Apresentação da planilha de cálculo automática

UVV - UNIVERSIDADE VILA VELHA											
VIGAS - DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE PELOS MODELOS DE CÁLCULO I E II DA NBR 6118:2014											
MODELO :		1	Incl. bielas: θ°		45		VERIFICAÇÕES				
Seção ($b_w \times h$)			Esforço cortante			Esmagamento da diagonal comprimida do concreto					
b_w (cm)		20	V_k (kN)		99,29		$V_{sd} \leq V_{Rd2}$		OK! (A biela não rompe)		
h (cm)		40	V_{sd} (kN)		139,01		Escoamento da armadura transversal (estribo) - ELU				
d (cm)		36,00					$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_C + V_{sw}$		OK! (O estribo não rompe)		
Concreto			Parâmetros de cálculo			Resultados do dimensionamento por bitola $\rightarrow \phi_t$					
f_{ck} (Mpa)		25	α_{v2}		0,90		ϕ_t	s	A_{sw}	V_{Rd3}	V_{Rd2}
γ_c		1,40	f_{ctd} (kN/cm ²)		0,1282		mm	cm	cm ² /m	kN	kN
f_{cd}		1,79	V_{C0} (kN)		55,40		5	-	-	-	312,43
Estribo			V_{C1} (kN)		-		6,3	10	6,23	143,2	
f_{yk} (Mpa)		500	V_C (kN)		55,40		8	16	6,28	143,9	
γ_s		1,15	V_{Rd2} (kN)		312,43		10	21	7,48	160,8	
n° ramos		2	$V_{Rd3} = V_{sd} \geq V_C$		139,01		12,5	21	11,69	220,0	
α°		90	$V_{sw} = V_{Rd3} - V_C$		83,60		Estribo correspondente à menor área A_{sw} obtida				
$s_{máx}$ (cm)		21,6	$A_{sw,min}$ (cm ² /m)		2,05		ϕ_t	s	A_{sw}	V_{Rd3}	V_{Rd2}
$\phi_{t,máx}$ (mm)		20,00	$A_{sw,max}$ (cm ² /m)		18,25		6,3	10	6,23	143,2	312,4
			$A_{sw,Calc}$ (cm ² /m)		5,93						
Força cortante resistente de cálculo, V_{Rd3} , relativa à ruína por tração diagonal, em função do estribo e espaçamento, s, adotado $\rightarrow V_{Rd3} = V_{sw} + V_C$											
ϕ_t mm	5		6,3		8		10		12,5		
s	A_{sw}	V_{Rd3}	A_{sw}	V_{Rd3}	A_{sw}	V_{Rd3}	A_{sw}	V_{Rd3}	A_{sw}	V_{Rd3}	
cm	cm ² /m	kN	cm ² /m	kN	cm ² /m	kN	cm ² /m	kN	cm ² /m	kN	
7	-	-	8,91	180,9	14,36	257,7	-	-	-	-	
8	-	-	7,79	165,2	12,57	232,4	-	-	-	-	
9	-	-	6,93	153,0	11,17	212,8	17,45	301,3	-	-	
10	-	-	6,23	143,2	10,05	197,0	15,71	276,7	-	-	
11	-	-	-	-	9,14	184,1	14,28	256,6	-	-	
12	-	-	-	-	8,38	173,4	13,09	239,8	-	-	
13	-	-	-	-	7,73	164,3	12,08	225,6	-	-	
14	-	-	-	-	7,18	156,6	11,22	213,5	17,53	302,4	
15	-	-	-	-	6,70	149,8	10,47	202,9	16,36	285,9	
16	-	-	-	-	6,28	143,9	9,82	193,7	15,34	271,5	
17	-	-	-	-	-	-	9,24	185,6	14,44	258,8	
18	-	-	-	-	-	-	8,73	178,3	13,64	247,5	
19	-	-	-	-	-	-	8,27	171,9	12,92	237,4	
20	-	-	-	-	-	-	7,85	166,0	12,27	228,3	
21	-	-	-	-	-	-	7,48	160,8	11,69	220,0	
22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	

A planilha disponibiliza uma célula contendo a opção para o tipo de modelo (Modelo I = 1 ou modelo II = 2) a utilizar no dimensionamento dos estribos. Os outros dados de entrada são:

- Largura da viga – b_w [cm];
- Altura da viga – h [cm];
- Resistência característica à compressão do concreto – f_{ck} ;
- Coeficiente de minoração da resistência do concreto – γ_c ;
- Resistência característica ao escoamento do aço – f_{yk} ;

- ♦ Coeficiente de minoração da resistência do aço – γ_s ;
- ♦ Número de ramos do estribo – n ;
- ♦ Força cortante característica – V_k [kN].

Na elaboração da planilha também foram estabelecidas as seguintes considerações:

- ♦ A altura útil d da viga é determinada utilizando-se a altura total menos 4 cm, podendo este valor se alterado a critério do usuário;
- ♦ A força solicitante de cálculo V_{sd} é obtida através da força cortante característica V_k multiplicada pelo fator de segurança 1,4;
- ♦ A armadura de aço A_{sw} adotada corresponde à menor área de aço obtida entre as bitolas comerciais;
- ♦ O espaçamento longitudinal mínimo adotado entre os estribos é de 7 cm.
- ♦ O ângulo θ da biela comprimida foi fixado em 30° para o modelo de cálculo II, a fim de se obter a maior diferença entre os dois modelos.

Após a entrada de dados, a planilha executa e fornece automaticamente uma série de dados, dentre os quais se destacam:

- ♦ O valor da área de aço calculada $A_{sw,Calc}/s$, dos estribos em cm^2/m ;
- ♦ A bitola ϕ_t do estribo e o correspondente espaçamento s a ser adotado no projeto;
- ♦ O valor, $A_{sw,min(adot)}/s$, correspondente à menor área de aço adotada para os estribos em cm^2/m , em atendimento às recomendações impostas pela NBR 6116:2014;
- ♦ A força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, V_{Rd3} - [kN];
- ♦ A força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína nas diagonais comprimidas de concreto, V_{Rd2} - [kN].

4.3 Delimitação do estudo

De modo a restringir o universo amostral deste trabalho, foram estabelecidos um conjunto de parâmetros correspondente aos valores mais recorrentes de projeto, conforme apresentados a seguir:

- ♦ Resistência à compressão característica do concreto: $f_{ck} = 25$ MPa;
- ♦ Tensão de escoamento característica do aço: $f_{yk} = 500$ MPa;
- ♦ Largura da viga: $b_w = 15, 20$ e 25 cm;
- ♦ Altura da viga: $h = 20, 30, 40, 50$ e 60 cm.

4.4 Análise comparativa de resultados obtidos

Os dados apresentados nos quadros 1, 2 e 3 foram obtidos utilizando-se a planilha de cálculo desenvolvida neste trabalho.

Estes quadros apresentam os valores máximo e mínimo da força cortante solicitante de cálculo ($V_{Sd,max}$ e $V_{Sd,min}$), correspondentes às armaduras $A_{Sw,max(adot)}/s$ e $A_{Sw,min(adot)}/s$, que são fornecidas mediante uma filtragem automática de valores, cuja finalidade é satisfazer às prescrições normativas relativas ao detalhamento de projeto de estribos.

A partir dos referidos valores de $V_{Sd,max}$ e $V_{Sd,min}$, e com o objetivo de se estabelecer um mesmo valor de cortante para o dimensionamento dos estribos, estabeleceu-se como critério utilizar, para cada altura de viga, as médias dos valores de $V_{Sd,intermed}$, obtidos segundo, os modelos de cálculo I e II.

Desta forma são apresentadas as correspondentes áreas de aço de estribo de projeto, que são: $A_{Sw,max(adot)}/s$; $A_{Sw,min(adot)}/s$ e $A_{Sw,intermed}/s$ - [cm^2/m].

É importante ressaltar que os valores de $V_{Sd,min}$, aqui definidos, correspondem ao esforço cortante solicitante de cálculo, correspondente à área de aço mínima de estribo adotada de projeto ($A_{Sw,min(adot)}/s$).

4.4.1 Vigas com largura igual a 15 cm

Nos Quadros 1(a) e 1(b) a seguir são apresentados os valores da força cortante solicitante de cálculo, $V_{Sd,max}$; $V_{Sd,min}$ e $V_{Sd,intermed}$ em [kN], e as correspondentes áreas de aço, $A_{Sw,max(adot)}/s$; $A_{Sw,min(adot)}/s$ e $A_{Sw,intermed}/s$ - [cm^2/m], para os modelos de cálculo I e II.

Quadro 1. Valores fornecidos pela planilha de cálculo para vigas com 15 cm de largura.

MODELO I						MODELO II					
fck = 25 Mpa bw = 15 cm	Altura (h)					fck = 25 Mpa bw = 15 cm	Altura (h)				
	20	30	40	50	60		20	30	40	50	60
Asw, máx(adot)	8,91	8,91	12,57	13,09	13,09	Asw, máx(adot)	4,91	5,61	7,79	7,79	7,79
Asw, intermed	6,64	5,77	7,22	7,33	7,33	Asw, intermed	4,64	4,12	4,83	4,68	4,68
Asw, min(adot)	4,36	2,62	1,87	1,57	1,57	Asw, min(adot)	4,36	2,62	1,87	1,57	1,57
VSd, máx	69,77	120,62	218,57	288,71	351,47	VSd, máx	60,42	108,62	192,76	246,30	299,85
VSd, intermed	57,78	88,63	143,23	185,04	225,26	VSd, intermed	58,26	87,66	135,30	169,17	206,39
VSd, min	45,78	56,64	67,89	81,36	99,05	VSd, min	56,09	66,69	77,83	92,03	112,92

(a) - Valores obtidos para bw = 15 cm para o modelo I

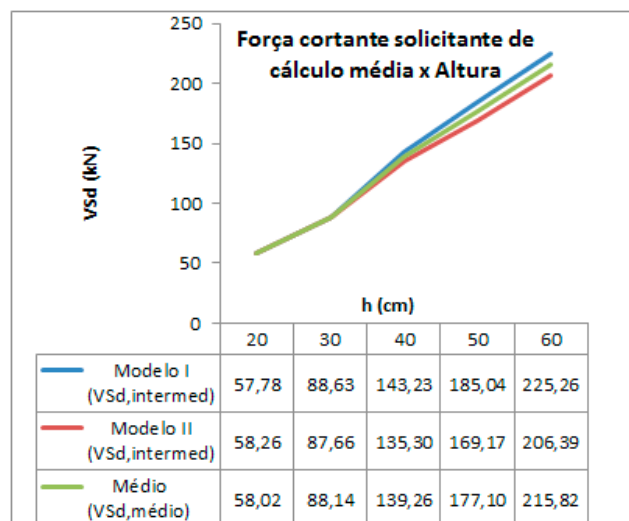
(b) - Valores obtidos para bw = 15 cm para o modelo II

Observa-se pela análise do quadro 1 que com o aumento da altura da viga, a área de aço mínima $A_{Sw,min(adot)}/s$ diminui e a área de aço máxima $A_{Sw,max(adot)}/s$ aumenta, com exceção das alturas de 50 e 60 cm que devido ao atendimento das exigências normativas referentes ao detalhamento permaneceu inalterada.

Verifica-se também que, para uma mesma altura, ambos os modelos de cálculo fornecem a mesma área de aço mínima, uma vez que esta está diretamente relacionada

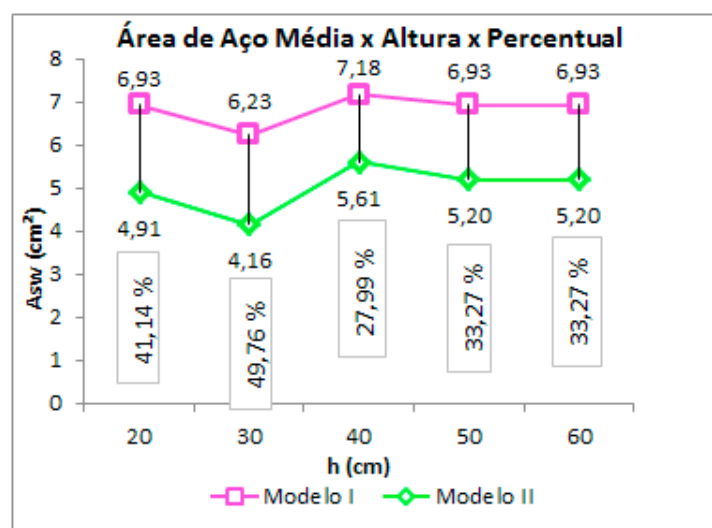
a largura da viga e a área de aço máxima é sempre maior no modelo I. A partir destes valores ($V_{Sd,max}$ e $V_{Sd,min}$), e com o objetivo de se estabelecer um mesmo valor de cortante para o dimensionamento dos estribos das vigas, estabeleceu-se como critério utilizar as médias entre os valores $V_{Sd,intermed}$ previamente obtidos, para cada altura de viga, entre os modelos I e II, apresentado no gráfico 1.

Gráfico 1. Força cortante solicitante de cálculo média x Altura – vigas com 15 cm de largura



A partir do valor de $V_{Sd,med}$, correspondente a uma determinada altura de viga, calculou-se, com auxílio da planilha eletrônica desenvolvida, a área de aço dos estribos para cada modelo de cálculo (A_{sw}/s), que corresponde à menor área de aço entre as bitolas comerciais, após satisfeitas todas as exigências normativas de detalhamento. Os valores encontrados podem ser observados no gráfico 2, que fornece além das áreas de aço de estribo, obtidas para cada modelo, o acréscimo percentual da área de aço calculada pelo modelo I em relação ao modelo II.

Gráfico 2. Área de aço média x altura x percentual, largura 15 cm



Observa-se nos resultados apresentados no gráfico 2 que, além das diferenças oriundas das próprias expressões de cada modelo, no presente estudo, os resultados obtidos também refletem as considerações utilizadas para o detalhamento das armaduras, onde a área de aço final adotada para os estribos (A_{sw}/s), corresponde à menor área de aço entre as bitolas comerciais, e após satisfeitas todas as exigências normativas de detalhamento.

Desta forma, com os resultados obtidos, pode-se observar que o modelo de cálculo II, para o ângulo fixado em 30°, fornece uma economia de estribos em relação ao modelo I, apresentando para as alturas de 20, 30, 40, 50 e 60 cm, e correspondentes valores de cortante $V_{Sd,med}$, economia de de 41,14%, 49,76%, 27,99%, 33,27% e 33,27%, respectivamente.

4.4.2 Vigas com largura igual a 20 cm

O mesmo quadro citado no item 4.4.1 foi novamente elaborado, porém agora para vigas com largura igual a 20 cm e os resultados obtidos estão apresentados no quadro 2.

Quadro 2. Valores fornecidos pela planilha de cálculo para vigas com 20 cm de largura.

MODELO I						MODELO II					
fck = 25 Mpa bw = 20 cm	Altura (h)					fck = 25 Mpa bw = 20 cm	Altura (h)				
	20	30	40	50	60		20	30	40	50	60
Asw, máx(adot)	11,17	14,36	17,45	17,45	17,53	Asw, máx(adot)	6,93	8,91	10,05	10,05	10,47
Asw, intermed	7,77	8,49	9,76	9,76	9,80	Asw, intermed	5,65	5,77	6,06	6,06	6,27
Asw, min(adot)	4,36	2,62	2,07	2,07	2,07	Asw, min(adot)	4,36	2,62	2,07	2,07	2,07
VSd, máx	93,03	186,12	301,26	384,95	470,34	VSd, máx	80,57	164,82	250,46	320,03	402,25
VSd, intermed	72,49	126,38	192,89	246,47	300,91	VSd, intermed	71,41	120,76	172,98	221,03	275,41
VSd, min	51,94	66,64	84,51	107,99	131,47	VSd, min	62,25	76,70	95,50	122,03	148,56

(a) - Valores obtidos para bw = 20 cm para o modelo I

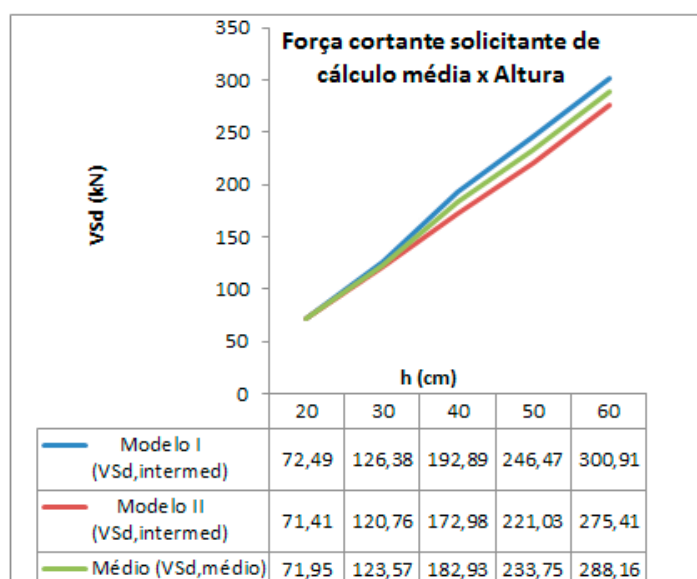
(b) - Valores obtidos para bw = 20 cm para o modelo II

Nota-se que à medida que a altura da viga aumenta, a área de aço mínima $A_{Sw,min(adot)}/s$ diminui até vigas com altura de 40cm, permanecendo constante a partir desse valor. A área de aço máxima $A_{Sw,máx(adot)}/s$ aumenta, exceto para, alturas de 40 e 50 cm, que devido ao atendimento das demais exigências normativas referentes ao detalhamento, permaneceu inalterada.

Verifica-se também que para uma mesma altura, ambos os modelos de cálculo fornecem a mesma área de aço mínima e a área de aço máxima é sempre maior no modelo I.

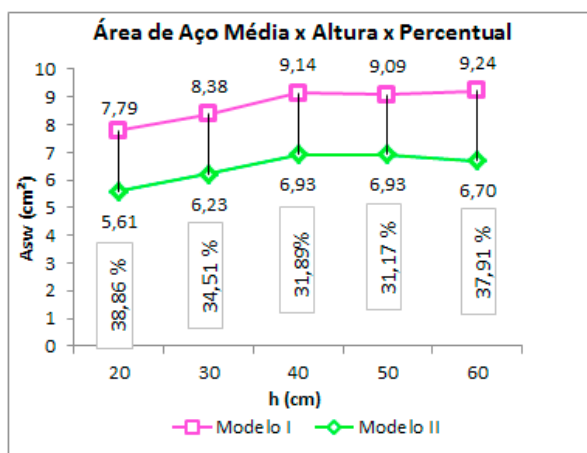
A força solicitante de cálculo média $V_{Sd,med}$, para as vigas de 20 cm de largura pode ser observadas no gráfico 3.

Gráfico 3. Força cortante solicitante de cálculo média x Altura – vigas com 20 cm de largura



No gráfico 4 é possível observar a área de aço obtida para o valor de $V_{Sd,med}$.

Gráfico 4. Área de aço média x altura x percentual, largura 20 cm



Pode-se observar que o modelo de cálculo II, para o ângulo fixado em 30°, fornece uma economia de estribos em relação ao modelo I, apresentando para as alturas de 20, 30, 40, 50 e 60 cm e correspondentes valores de cortante $V_{Sd,med}$, economia de 38,86%, 34,51%, 31,89%, 31,17% e 37,91% respectivamente.

4.4.3 Vigas com largura igual a 25 cm

O mesmo quadro citado no item 4.4.1 e no item 4.4.2 foi novamente elaborado agora para vigas com largura igual a 25 cm. Os resultados obtidos estão apresentados no quadro 3.

Quadro 3. Valores fornecidos pela planilha de cálculo para vigas com 25 cm de largura

MODELO I						MODELO II					
fck = 25 Mpa bw = 25 cm	Altura (h)					fck = 25 Mpa bw = 25 cm	Altura (h)				
	20	30	40	50	60		20	30	40	50	60
Asw, máx(adot)	14,36	22,44	22,44	22,44	22,44	Asw, máx(adot)	8,91	8,91	12,57	13,09	13,09
Asw, intermed	9,36	12,53	12,53	12,52	12,52	Asw, intermed	6,64	5,77	7,60	7,85	7,85
Asw, min(adot)	4,36	2,62	2,62	2,60	2,60	Asw, min(adot)	4,36	2,62	2,62	2,60	2,60
VSd, máx	116,29	278,31	385,36	492,41	599,45	VSd, máx	100,71	174,82	313,00	413,00	502,82
VSd, intermed	87,19	177,48	245,75	313,83	382,05	VSd, intermed	84,56	130,76	216,50	282,95	344,48
VSd, min	58,09	76,65	106,13	135,24	164,65	VSd, min	68,40	86,70	120,00	152,89	186,13

(a) - Valores obtidos para bw = 25 cm para o modelo I

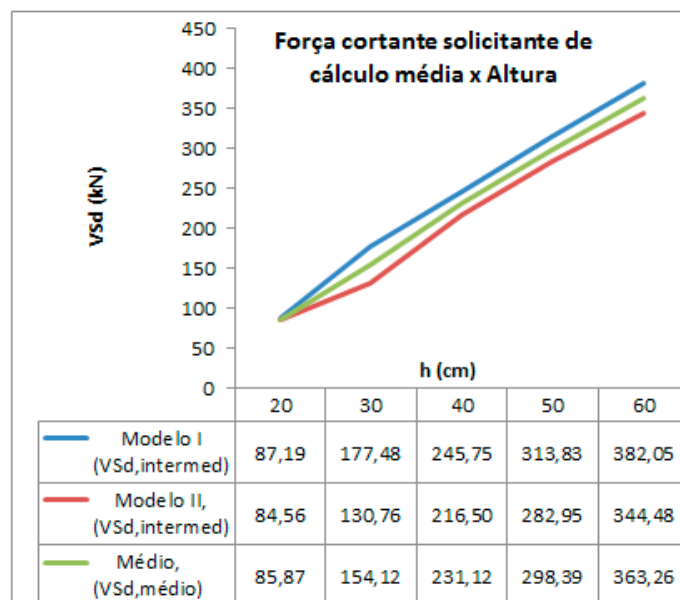
(b) - Valores obtidos para bw = 25 cm para o modelo II

À medida que a altura da viga aumenta a área de aço mínima, $A_{Sw,min(adot)}$, diminui até vigas com altura de 30cm, permanecendo constante a partir desse valor. A área de aço máxima $A_{Sw,máx(adot)}$ aumenta exceto para as alturas a partir 30 cm para o modelo I, e 40 e 50 cm para o modelo II que devido ao atendimento das demais exigências normativas referentes ao detalhamento permaneceu inalterada.

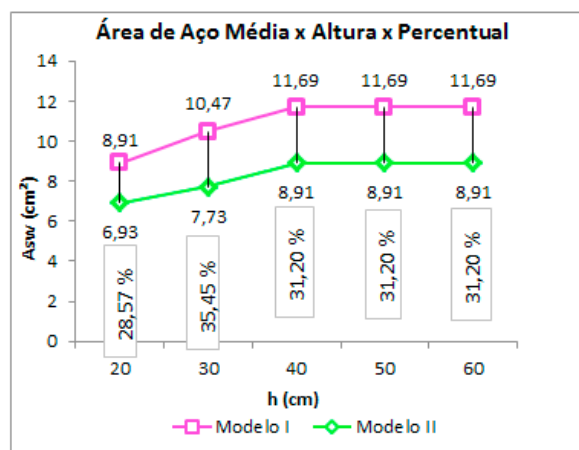
Verifica-se também que para uma mesma altura, ambos os modelos de cálculo fornecem a mesma área de aço mínima e a área de aço máxima é sempre maior no modelo I.

A força solicitante de cálculo média $V_{Sd,med}$, para as vigas de 25 cm de largura pode ser observadas no gráfico 5.

Gráfico 5. Força cortante solicitante de cálculo média x Altura – vigas com 25 cm de largura



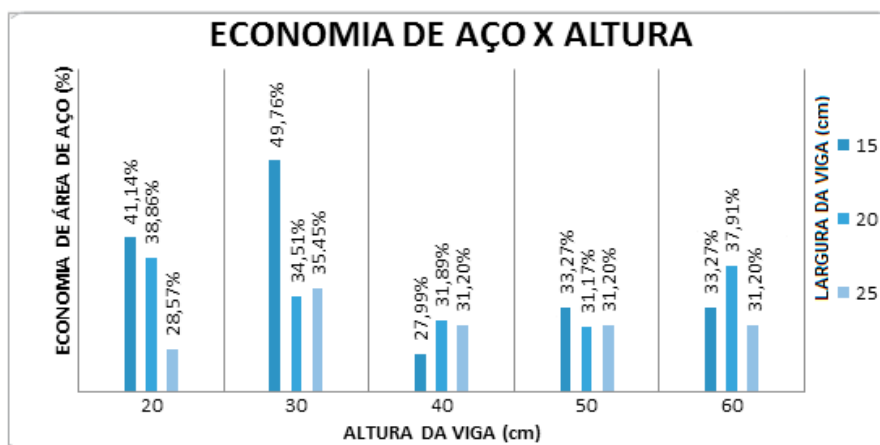
No gráfico 6 é possível observar a área de aço obtida através do valor de $V_{Sd,med}$.

Gráfico 6. Área de aço média x altura x percentual, largura 25 cm

Pode-se observar que o modelo de cálculo II, para o ângulo fixado em 30°, fornece uma economia de estribos em relação ao modelo I, apresentando para as alturas de 20, 30, 40, 50 e 60 cm e correspondentes valores de cortante $V_{Sd,med}$, economia de 28,57%, 35,45%, 31,20%, 31,20% e 31,20% respectivamente.

5 Resultados e Discussões

A partir dos resultados e gráficos apresentados, elaborou-se o gráfico 7 de modo a facilitar a visualização da economia da área de aço de estribos fornecida pelo modelo de cálculo II em relação ao modelo de cálculo I.

Gráfico 7. Economia da área de aço de estribos, obtidos para o modelo II em relação ao modelo I, em função da altura e demais valores adotados para as vigas estudadas

Um aspecto importante a se concluir deste trabalho é que, dependendo dos valores dos parâmetros envolvidos no dimensionamento das seções transversais de vigas ao esforço cortante, a diferença entre as áreas de aço de estribos fornecidas pelos modelos de cálculo I e II podem ser consideráveis.

O modelo de cálculo II, para θ adotado igual a 30° , sempre levou a uma armadura mais econômica que o modelo de cálculo I, comprovando informações contidas nas literaturas estudadas.

Observa-se também que a área de aço efetivamente adotada no projeto, após o atendimento de todas as restrições e prescrições da NBR 6118:2014 é, não raramente, muito superior à área de aço mínima exigida pela norma.

É importante pontuar também que mesmo sendo o modelo de cálculo II mais econômico, o modelo de cálculo I é o mais utilizado na prática, por ser de mais fácil utilização.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

CAMACHO, J. S. *Estudo do esforço cortante*. UNESP. São Paulo, 2004.

GARCIA, S.L.G. *Taxa de armadura transversal mínima em vigas de concreto armado*. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2002.

JUNIOR, A.P. *Notas de aula de Estruturas de Concreto II. Aula 7 – Dimensionamento da armadura transversal*. Escola de Engenharia Universidade Presbiteriana Mackenzie. Coordenação de Engenharia Civil, 2006. 19p.

NUNES, M. D. *Dimensionamento de uma viga de concreto armado ao esforço cortante segundo NBR-6118:2007, eurocode1992-1-1 2010 e fibmodelcode2010*. Projeto de graduação. Rio de Janeiro, 2012.

PANTOJA, J. C. *Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes*. 2012. 240 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2012.

TALBOT, A.N. *Test of Reinforced Concrete Beams: Resistance to Web Stress of 1907 and 1908*. Bulletin 29, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana, III, 1909.